

ПРОГРАММНАЯ СИСТЕМА ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ “MPRIORITY 1.0”.

Абакаров А.Ш., Сушков Ю.А.

Санкт-Петербургский государственный университет

Введение

Человек в любой сфере своей деятельности всегда стремится к принятию рациональных (обоснованных, оптимальных) решений. Средства, которые он использует при этом, могут варьироваться от обычной интуиции до привлечения группы высококвалифицированных экспертов и применения соответствующих методов и программных продуктов.

В этой работе предлагается и описывается один из таких программных продуктов — “MPRIORITY 1.0” (*MY PRIORITY*), базирующийся на известном и зарекомендовавшем себя на практике “Методе Анализа Иерархий” (МАИ) [3].

Класс задач принятия решений (ПР), к которым можно применить программную систему “MPRIORITY”, несколько нарушая математическую строгость, можно описать следующим образом:

- 1) имеется некоторое начальное множество альтернатив (объектов, стратегий) X среди которых необходимо произвести выбор наилучшей альтернативы, или же необходимо провести ранжирование альтернатив по предпочтению лица принимающего решение (ЛПР);
- 2) задана главная цель F , исходя из которой, будет производиться выбор или ранжирование множества альтернатив X ;

в большинстве случаев, при постановке задачи ПР, главная цель (главный критерий) разбивается на подцели (так называемые частные критерии);

с учетом этого, к пунктам 1 и 2 можно добавить третий пункт;

- 3) задано некоторое множество подцелей f_1, f_2, \dots, f_n , учитываемых при выборе или ранжировании альтернатив множества X ;

необходимо с учетом главной цели F и подцелей f_1, f_2, \dots, f_n произвести выбор наилучшей альтернативы из множества X или ранжировать альтернативы по степени уменьшения их значимости.

Достаточно много задач ПР, возникающих в управленческой сфере, экономике, медицине, проектировании или просто в быту, можно описать с помощью приведенного выше способа. Продемонстрируем это на примерах.

Пример 1. Пусть фирме необходимо отобрать для работы несколько наиболее подходящих работников из множества претендентов. Тогда X — множество претендентов, главная цель F — ранжирование множества претендентов в порядке уменьшения их значимости для фирмы, а частные критерии, по которым будет производиться ранжирование, могут быть, например, такими: f_1 — **образование**, f_2 — **стаж работы по специальности**, f_3 — **коммуникабельность**, f_4 — **результаты проведенного тестирования** и т.д.

Пример 2. Владельцу сотового телефона требуется подобрать наиболее подходящий (оптимальный) для него тариф сотовой связи. Тогда X — множество предлагаемых тарифов, главная цель F — ранжирование множества тарифов в порядке уменьшения их значимости для владельца сотового телефона, частные критерии, по которым будет производиться ранжирование, могут быть такими: f_1 — **абонентская плата**, f_2 — **стоимость минуты разговора на внутрисетевые мобильные телефоны**, f_3 — **стоимость минуты разговора на внесетевые мобильные телефоны**, f_4 — **стоимость минуты на телефоны ГТС**, f_5 — **стоимость одного SMS-сообщения**, f_6 — **предоставление дополнительных услуг** (например, MMS) и т.д.

Конечно, предложенные выше частные критерии не являются эталонными для любых ситуаций, связанных с набором сотрудников или выбором тарифа. Выбор частных критериев зависит, прежде всего, от конкретной ситуации, в которой принимается решение и от лица принимающего решение. Причем очень важно, чтобы при подборе частных критериев (а в общем, и при решении задач ПР) одновременно выполнялись три следующих условия.

- Подбор частных критериев должен проводиться людьми с достаточной квалификацией в области, где принимается решение (далее будем называть таких людей — экспертами).
- Эксперты, подбирающие частные критерии, должны осознавать свою ответственность за принятое решение, т.е. должны осознавать, что при принятии неверного решения может, например, разориться фирма, можно потерять свое место работы или наоборот — получить прибыль или повышение по служебной лестнице. Ситуация в которой принимается

служебной лестнице. Ситуация в которой принимается решение должна довлеть над принимающими решение.

- При подборе частных критериев (принятии решений) должен учитываться человеческий фактор, защищающий интересы, желания и ценности человека.

Всех, кто отвечает двум первым перечисленным выше условиям, будем называть уже использованным выше термином — лицо принимающее решение (ЛПР).

В подавляющем большинстве случаев при решении задачи ПР очень важно использование в диалоговом режиме ЭВМ. Во-первых, ЭВМ позволяет избавить человека от рутинных и необходимых при принятии решения вычислений (а большинство таких вычислений просто невычислимы без ЭВМ), во-вторых, ЭВМ позволяет создавать и использовать необходимый диалоговый интерфейс для используемого при принятии решений математического метода (говоря об используемом математическом методе, мы априори полагаем, что он позволяет достаточно эффективно справляться с задачами ПР.). В такой интерфейс входят, например, средства постановки задачи ПР, различные средства визуализации числовых и качественных данных (графики, таблицы, диаграммы), средства корректировки исходной задачи ПР в случае необходимости и т.д. Адаптированный под конкретные особенности используемой модели интерфейс позволяет значительно повысить эффективность и качество принимаемых решений, а некоторых случаях является просто необходимым.

Из сказанного можно вынести следующее:

- для решения определенного класса задач ПР должен использоваться соответствующий математический метод, позволяющий достаточно эффективно справляться этим классом задач;
- используемый метод должен позволять ЛПР учитывать особенности конкретной ситуации, в которой принимается решение;
- для более эффективного и оперативного решения задач ПР должны использоваться многочисленные возможности ЭВМ.

Средство для принятия решений, предлагаемое в этой работе, отвечает всем перечисленным выше требованиям.

Перейдем к описанию используемого в программе математического метода и самой программной системы.

Основы Метода Анализа Иерархий

Идея МАИ была предложена американским математиком Т. Саати (Saaty Thomas L) около 35 лет назад [3]. Метод анализа иерархий — эффективный и доступный нематематический метод. Основное назначение метода — решение слабоструктурированных задач принятия решений.

Известно, что в основе процесса познания человеком окружающей действительности лежат декомпозиция и синтез. При изучении какой-либо системы, человек производит ее декомпозицию на подсистемы, и затем, выявив отношения между подсистемами, производит ее синтез. Декомпозиция и синтез используются в МАИ для создания структуры задачи ПР — иерархии. В вершине иерархии, используемой в МАИ для представления задачи ПР, располагается основная цель, далее, на уровень ниже — подцели, и, наконец, на самом нижнем уровне — альтернативы, среди которых производится выбор (и) или ранжирование. Цель, подцели, альтернативы далее будем называть объектами или элементами иерархии.

Иерархия для примера 2 представлена на (рис. 1) (при описании МАИ будут использоваться возможности и диалоговые окна программной системы “MPRIORITY”).

В МАИ иерархия является основным способом представления структуры задачи ПР. Основное назначение иерархии в МАИ — оценка высших уровней иерархии исходя из взаимодействия ее различных уровней. Например, для иерархии на рис. 1. производится оценка ее нижнего уровня (рассматриваемые тарифы) через второй уровень (частные критерии), который в свою очередь используется для оценивания главного критерия.

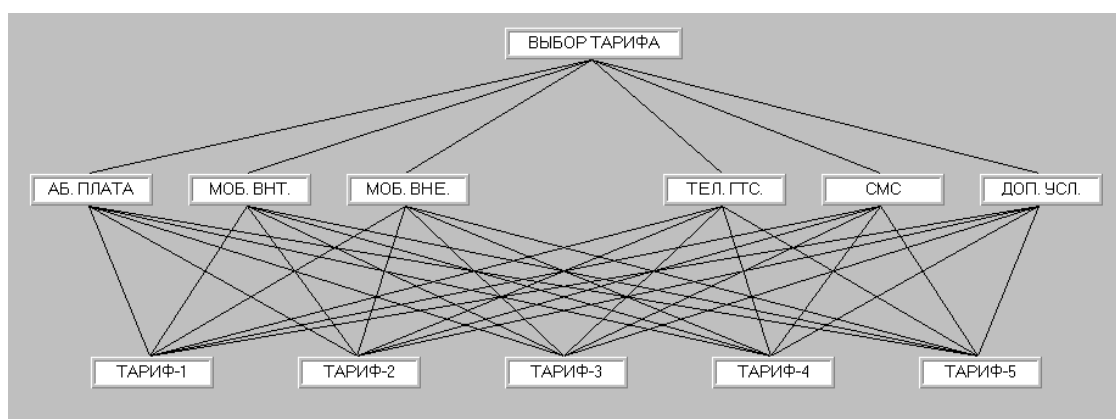


Рис. 1. Иерархии МАИ для примера 2.

Среди преимуществ использования иерархии в качестве средства описания задачи ПР, можно выделить следующие.

1. Иерархическое представление задачи ПР позволяет описывать влияние элементов иерархии одного уровня на элементы другого уровня.

2. Процесс построения иерархий исходит из способа мышления человека (определение объектов и установление связей между ними).

3. Иерархия устойчива и гибка в том смысле, что малые ее изменения (удаление и добавление элементов) не разрушают характеристик иерархии.

Таким образом, первым этапом в решении задач ПР является декомпозиция проблемы через определение ее компонент и отношений между ними, т.е. построение иерархии задачи ПР.

Общие рекомендации при построении иерархии могут быть такими: основные цели устанавливаются в вершине иерархии; подцели – непосредственно ниже, силы, влияющие на подцели – еще ниже. На самом нижнем уровне иерархии следует располагать возможные исходы (альтернативы, сценарии и т.д.).

Следующим этапом (этапом 2) является осуществление попарного сравнения отдельных компонент иерархии (далее просто сравнения).

Попарные сравнения — это процесс, согласно которому ЛПР сравнивает все пары объектов из некоторого списка по некоторому критерию, указывая каждый раз, более предпочитаемый объект (по этому критерию).

Все результаты попарных сравнений заносятся в соответствующую таблицу (матрицу попарных сравнений), по которой потом проводятся необходимые вычисления.

На рис. 2. представлена такая таблица (матрица попарных сравнений) для иерархии на рис. 1 (таблица расположена в центре диалогового окна). В диалоговом окне, представленном на рис. 2, осуществляются сравнения объектов второго уровня иерархии (рис. 1) относительно главной цели “Выбор тарифа”. Назначение остальных элементов диалогового окна будет рассмотрено ниже

Этап 2 позволяет ЛПР установить интенсивность взаимодействия между элементами иерархии или силу, с которой различные элементы одного уровня иерархии влияют на элементы предшествующего уровня.

Каждая ячейка таблицы (матрицы попарных сравнений) предназначена для хранения результата сравнения двух соответствующих объектов. Например, на рис. 2. ячейка на пересечении строки 1 и столбца 2 (обозначим как [1,2]) содержит результат парного сравнения частного критерия “Абонентская плата” с частным критерием “Стоимость минуты

разговора на внутрисетевые мобильные телефоны” относительно главной цели “Выбор тарифа”.

Работа эксперта								
Производим парные сравнения относительно объекта								
ВЫБОР ТАРИФА								
		1.	2.	3.	4.	5.	6.	Приоритет
1.	АБ. ПЛАТА	1	3	3	7	3	7	0.3929
2.	МОБ. ВНТ.	1/3	1	5	5	1/2	7	0.208
3.	МОБ. ВНЕ.	1/3	1/5	1	3	3	5	0.1424
4.	ТЕЛ. ГТС.	1/7	1/5	1/3	1	1/7	1	0.0394
5.	СМС	1/3	2	1/3	7	1	9	0.1841
6.	ДОП. УСП.	1/7	1/7	1/5	1	1/9	1	0.0328
СЗ: 6.9685		<input type="button" value="Применить"/>						<input type="button" value="Исследовать"/>
ИС: 0.1937		<input type="button" value="Закреть"/>						
ОС: 0.1562		<input type="button" value="Отмена"/>						

Рис. 2. Таблица попарных сравнений для иерархии на рис.1.

Расположенное в ячейке [1,2] число 3 (а также значения в других ячейках) связаны с используемой для сравнения шкалой. В МАИ и, соответственно, в программе “MPRIORITY”, используется следующая качественная шкала.

Таблица 1.

Степень важности	Определение	Комментарии
1	Одинаковая важность.	Два объекта вносят одинаковый вклад в достижение цели.
3	Слабая значимость.	Опыт и суждение дают легкое предпочтение одному объекту перед другим.
5	Существенная или сильная значимость.	Опыт и суждение дают сильное предпочтение одному объекту перед другим.
7	Очень сильная и очевидная значимость.	Предпочтение одного объекта перед другим очень сильно. Его превосходство практически явно.
9	Абсолютная значимость.	Свидетельства в пользу предпочтения одного объекта в высшей степени убедительны.
2,4,6,8	Промежуточные значения между соседними значениями шкалы.	Ситуации, когда необходимы компромиссные решения.
Обратные величины приведенных выше значений	Если при сравнении объекта А с объектом В мы получим одно из приведенных выше значений, то, соответственно, результат сравнения объекта В с объектом А есть обратная величина.	

Как видно из представленной шкалы (табл. 1.), максимально возможное численное превосходство одного объекта над другим — 9. Чем обоснован верхний предел 9? Перечислим основные причины использования приведенной шкалы и верхнего предела 9:

а) качественные различия значимы на практике в том случае, когда сравниваемые объекты близки относительно критерия (свойства), использованного для сравнения;

b) способность человека проводить качественные различия между объектами можно представить пятью качественными характеристиками: *равный, слабый, сильный, очень сильный и абсолютный* (для достижения большей точности, вводятся компромиссные характеристики между перечисленными выше характеристиками);

с) известно [2], что оперативная память человека способна манипулировать одновременно 7 (± 2) единицами информации, поэтому приведенная шкала включает в себя не более девяти градаций;

d) эффективность использования приведенной шкалы подтверждена практикой.

После того, как ЛПР проведет все сравнения, по полученным данным можно вычислить соответствующий *вектор приоритетов*, отвечающий предпочтениям ЛПР (вектор приоритетов есть *собственный вектор* матрицы попарных сравнений [3]).

Согласно вектору приоритетов, расположенному в правой части диалогового окна (рис. 2.), частный критерий “Абонентская плата” является предпочтительнее всех остальных частных критериев. Вектор приоритетов самого нижнего уровня иерархии позволяет получить значимость того или иного тарифа (т.е. ранжирует существующие тарифы в порядке их значимости для владельца сотового телефона). Далее элементы вектора приоритетов будем называть еще и весами.

Диалоговое окно качественной шкалы, используемой в программе “MPRIORITY”, представлено на рис. 3.

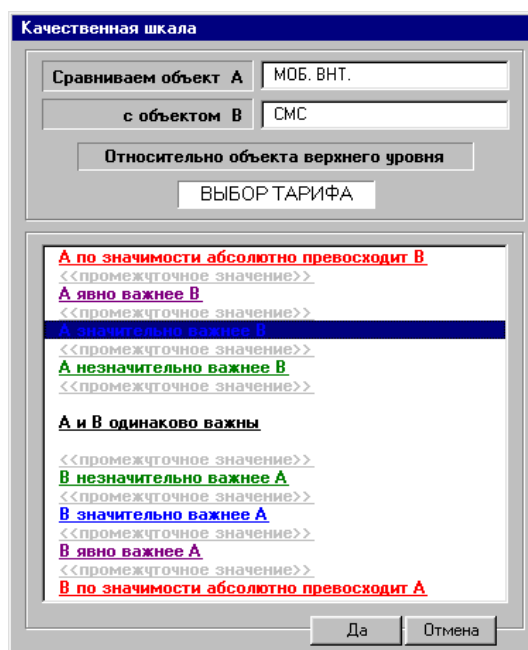


Рис. 3. Диалоговое окно качественной шкалы.

Как видно из рис. 3, ЛПР, при сравнении объектов, использует только качественные характеристики, при этом в матрице попарных сравнений отображаются соответствующие им количественные значения.

Для того чтобы полученные с помощью МАИ результаты были адекватны ситуации, в которой принимается решение, необходимо, чтобы в матрицах попарных сравнений достигались требуемые уровни *согласованности данных*.

Под согласованностью матрицы попарных сравнений понимается *численная (кардинальная)* согласованность и *транзитивная (порядковая)* согласованность.

Пример кардинальной несогласованности. Пусть объект **A** лучше объекта **B** в 2 раза, а объект **B** лучше объекта **C** в 3 раза, таким образом, объект **A** лучше объекта **C** в $2 \times 3 = 6$ раз. Нарушение этого равенства в рамках выбранной шкалы считается кардинальной несогласованностью.

Пример транзитивной несогласованности. Пусть объект **A** предпочтительнее объекта **B** (обозначим как $A \succ B$), а объект **B** предпочтительнее объекта **C** ($B \succ C$), таким образом, объект **A** предпочтительнее объекта **C** ($A \succ C$). Нарушение последнего неравенства называется транзитивной несогласованностью.

Для оценки согласованности в МАИ вводятся следующие величины:

- **ИС** - индекс согласованности;
- **ОС** - отношение согласованности.

Принято считать, что для согласованных данных ОС не должно превышать 0.1 (10%), в некоторых случаях 0.2 (20%). Если ОС превышает допустимый практикой предел, то проведенные сравнения можно пересмотреть. Для улучшения согласованности в "MPRIORITY" используется соответствующий диалог.

Заметим, что совсем не обязательно добиваться того, чтобы данные были полностью согласованы ($ОС = 0$). Более того, оставаясь в пределах шкалы 1-9 в большинстве случаев этого добиться просто невозможно. Вполне достаточно, если согласованность суждений ЛПР будет лежать в приемлемых для практических задач границах.

Таким образом, метод МАИ включает в себя следующие четыре этапа.

Этап 1. Построение соответствующей иерархии задачи ПР.

Этап 2. Попарное сравнение всех элементов иерархии.

Этап 3. Устранение несогласованности матриц попарных сравнений (если это необходимо).

Этап 4. Математическая обработка полученной от ЛПР информации.

Программная система “MPRIORITY 1.0”.

Как уже упоминалось выше диалоговая программная система "MPRIORITY" предназначена для поддержки принятия решений в различных сферах человеческой деятельности. Программа "MPRIORITY" может стать незаменимым помощником для руководителей фирм, подразделений, лабораторий, всем, кто желает или вынужден по роду своей деятельности принимать обоснованные рациональные решения. Общий вид программной системы представлен на рис. 4.

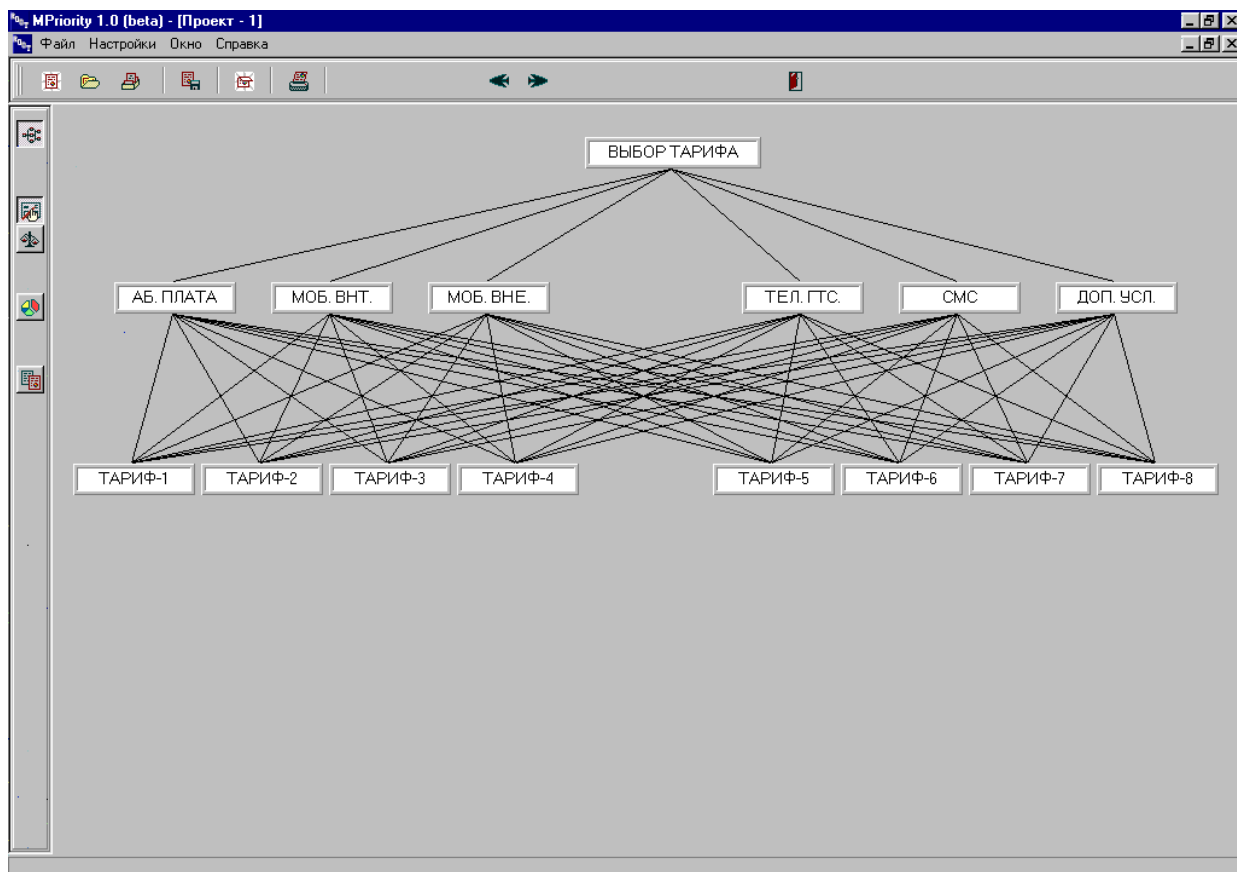


Рис. 4. Главное окно программы “MPRIORITY 1.0”.

“MPRIORITY” создана на языке программирования C++ в среде Borland C++ Builder и отвечает всем современным требованиям, предъявляемым к программному обеспечению. Система обладает: собственным инсталлятором, позволяющим корректно установить себя на компьютер пользователя (зарегистрироваться в реестре операционной системы, вывести свою иконку на панель управления и т.д.), деинсталлятором, позволяющим корректно удалить систему с компьютера пользователя, и достаточно подробной сопроводительной документацией.

Перечислим возможные задачи ПР, для которых возможно использование программы “MPRIORITY”.

1. Выбор руководителем фирмы наилучшего будущего делового партнера.
2. Рациональное распределение доходов предприятия по отраслям.
3. Отбор лучших претендентов на рабочие места фирмы (предприятия).
4. Оценка работы персонала фирмы (предприятия).
5. Выбор программного обеспечения для нужд фирмы.
6. Оценка культурных ценностей (картин, скульптур и т.д.).
7. Выбор наилучшей стратегии.
8. Выбор наилучшей конструкции, варианта технического изделия.
9. Покупка квартиры, дачи, участка, автомобиля.
10. Выбор будущего учебного заведения для ребенка.
11. Выбор своего будущего рабочего места.

Список возможных задач ПР можно продолжить.

Безусловно, "MPRIORITY 1.0" далеко не единственная программная система, реализующая метод анализа иерархий на практике. Но от своих существующих аналогов "MPRIORITY" отличает диалоговый интерфейс, адаптированный под особенности МАИ и восприятие пользователя.

Программа содержит диалоговые средства, позволяющие:

- работать одновременно с несколькими задачами ПР (или несколькими иерархиями одной задачи ПР) — "MPRIORITY" является MDI-приложением;
- достаточно легко строить иерархии, необходимые для задач ПР (для этого в системе предусмотрен режим "Редактирования");
- проводить попарные сравнения всех объектов иерархии (для этого в системе существует режим "Работы эксперта"; порядок сравнения полностью определяется пользователем);
- получать наиболее полную информацию о текущих сравнениях (на рис. 2 изображено диалоговое окно, содержащее вектор приоритетов текущей матрицы попарных сравнений и информацию о согласованности данных);
- устранять в случае необходимости возможные несогласованности данных в матрицах попарных сравнений;
- получать вектор приоритетов не только самого нижнего уровня иерархии, но и любого выбранного пользователем уровня.

Средством, позволяющим адаптировать программную систему под конкретные области человеческой деятельности, является использование шаблонов — готовых иерархий

для “стандартных” задач принятия решений. Под стандартными задачами можно понимать наиболее распространенные задачи ПР, встречающиеся в различных областях человеческой деятельности (например, задачи приведенные в примерах 1 и 2). Используя поставляемые вместе с программой стандартные шаблоны, пользователь может выбрать наиболее подходящий для текущей задачи ПР, загрузить его, подкорректировать в случае необходимости, и приступить к решению своей задачи ПР.

Другое преимущество использования шаблонов заключается в том, что пользователь, работая в той или иной области (например, в медицине, в банковском деле и т.д.), накапливая опыт решения различных задач ПР, может создать свою библиотеку шаблонов, которую потом можно будет использовать другим пользователям, работающим в аналогичных областях.

Библиотеку шаблонов, поставляемую вместе с программой "MPRIORITY", планируется периодически расширять (в том числе и за счет шаблонов, полученных от пользователей программы).

Далее рассмотрим возможное применение программной системы для решения задачи оценки эффективности работы персонала фирмы. Причем, предлагаемое ниже решение не ограничено простым созданием соответствующей иерархии, а содержит комплексный подход.

Применение "MPRIORITY" для оценки работы персонала

Эффективность работы фирмы напрямую связана с эффективностью работы ее персонала. В свою очередь, квалификация персонала фирмы зависит от того, насколько эффективно решаются задачи, связанные с его набором и контролем в процессе функционирования фирмы. Задачу контроля за эффективностью работы персонала фирмы можно представить как задачу ПР, а значит — применить для ее решения "MPRIORITY".

Задача “Оценка работы персонала фирмы”. Пусть у нас имеется n ($n \leq 9$) работников. Необходимо ранжировать работников фирмы в порядке уменьшения их значимости для фирмы (в порядке уменьшения эффективности их работы).

Способ 1. Построим для задачи 1 следующую иерархию (рис. 5).

В вершине построенной иерархии располагается цель – оценка работы персонала фирмы. На втором уровне располагаются эксперты. На третьем уровне расположены возможные в этой ситуации частные критерии: **ЧК-1, ..., ЧК-8**. На четвертом уровне располагается оцениваемый персонал фирмы: **Р-1, ..., Р-8**.

Далее сравнения элементов иерархии будем проводить следующим образом. Объекты второго уровня иерархии на рис. 5 сравнивает руководитель фирмы. По сути, это ни что иное, как делегирование полномочий своим подчиненным (экспертам).

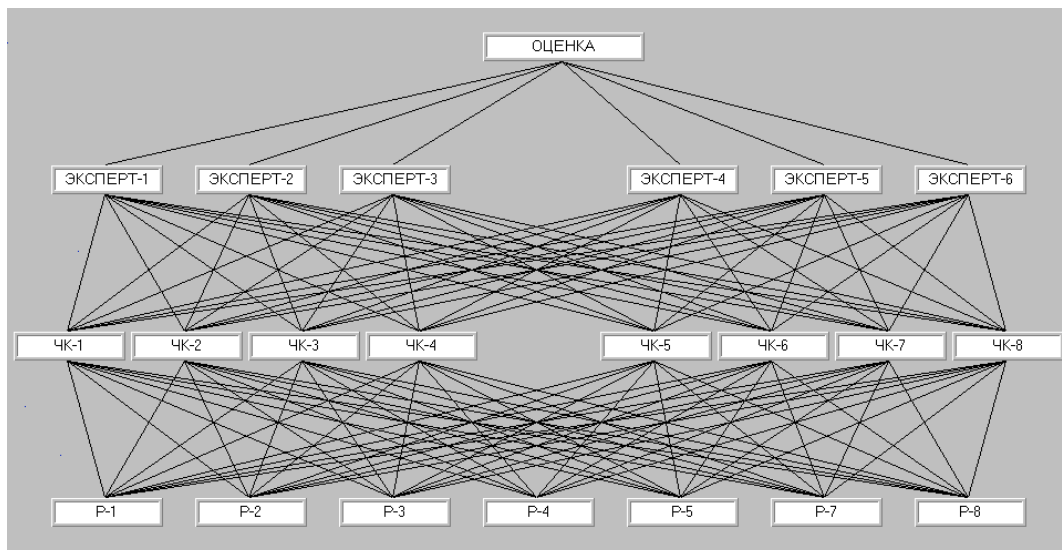


Рис. 5. Иерархия для задачи 1.

Обозначим полученный для второго уровня вектор приоритетов через $\omega = \langle \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n \rangle$ (вектор находится в правой части диалогового окна на рис. 6).

Работа эксперта

Производим попарные сравнения относительно объекта

ОЦЕНКА

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Приоритет
1. ЭКСПЕРТ-1	1	6	2	1	2	1	0.2578
2. ЭКСПЕРТ-2	1/6	1	1	1/3	1/3	1/3	0.065
3. ЭКСПЕРТ-3	1/2	1	1	1/4	1	1	0.1073
4. ЭКСПЕРТ-4	1	3	4	1	1	1/3	0.1912
5. ЭКСПЕРТ-5	1/2	3	1	1	1	4	0.2046
6. ЭКСПЕРТ-6	1	3	1	3	1/4	1	0.1737

СЗ: 6.9339 Применить

ИС: 0.1867 Закрыть

ОС: 0.1506 Отмена Исследовать

Рис. 6. Парные сравнения, проводимые руководителем фирмы.

Объекты третьего уровня иерархии сравнивают эксперты, размещенные на втором уровне (при этом каждый эксперт производит сравнения относительно своего объекта второго уровня – первый эксперт проводит сравнения элементов третьего уровня относительно объекта иерархии “Эксперт-1”, второй – относительно объекта иерархии “Эксперт-2” и т.д.). Это позволит получить вектор приоритетов для элементов третьего уровня (этот вектор “аккумулирует” в себе мнения всех экспертов с учетом веса $\omega_i, i \in 1:n$ каждого из экспертов).

Объекты четвертого (нижнего) уровня (относительно всех объектов третьего уровня) поочередно сравнивает каждый из экспертов. После сравнений, проведенных экспертом i , $i \in 1:n$, мы получим вектор приоритетов для объектов нижнего уровня, отражающий мнение эксперта i . Обозначим этот вектор через φ^i . Пусть все n экспертов провели сравнение объектов нижнего уровня. Сформируем из полученных векторов φ^i , $i \in 1:n$ квадратную матрицу Φ размерности $n \times n$ (вектора φ^i являются столбцами этой матрицы). Для полученной в этом случае квадратной матрицы Φ и имеющегося вектора ω вычислим вектор

$$\psi' = \Phi \times \omega.$$

Полученный вектор приоритетов ψ' ранжирует персонал фирмы с точки зрения его значимости с учетом мнения руководителя фирмы и наиболее влиятельных ее работников (экспертов).

Способ 2. Способ 1 позволяет получить ранжирование персонала фирмы с учетом мнения экспертов и руководителя фирмы. Получим такое же ранжирование, но только с точки зрения оцениваемого персонала (т.е. персонал будет оценивать сам себя). Для этого воспользуемся иерархией, представленной на рис. 5. Применим к этой иерархии схему попарных сравнений, аналогичную схеме в способе 1 за одним исключением: объекты четвертого уровня будут поочередно сравнивать не эксперты, а персонал. После сравнений, проведенных сотрудником i , $i \in 1:n$, мы получим вектор приоритетов φ^i объектов нижнего уровня, отражающий мнение сотрудника i (в этом случае будет интересно посмотреть, какой вес приписывает сотрудник фирмы сам себе относительно своего коллектива, т.е. выяснить его “самооценку”). Далее вычислим вектор

$$\psi'' = \Phi \times \omega',$$

где Φ (как и в способе 1) — квадратная матрица размерности $n \times n$, сформированная из векторов φ^i , $i \in 1:n$, $\omega' = \langle 1/n, 1/n, \dots, 1/n \rangle$ (сотрудники имеют равные веса, т.к. на данном этапе у нас нет достаточных оснований отдавать предпочтение тому или иному сотруднику). Полученный вектор приоритетов ψ'' ранжирует персонал фирмы с учетом мнения самого персонала фирмы.

Способ 3. Получим ранжирование персонала фирмы с точки зрения самого персонала, но исключим при этом из вектора ψ'' “самооценку” каждого из сотрудников. Для этого сотруднику i , $i \in 1:n$ предоставим иерархию, аналогичную иерархии на рис. 5, за

следующим исключением: из самого нижнего уровня удалим элемент, соответствующий сотруднику i (чтобы не дать сотруднику i сравнить самого себя с остальными сотрудниками).

Сравнения элементов второго и третьего уровня иерархии для сотрудника i соответствуют сравнениям иерархии из способа 2.

Пусть δ^i — вектор приоритетов объектов нижнего уровня размерности $n-1$, полученный после сравнения элементов четвертого уровня сотрудником i . Сформируем из вектора δ^i , вектор φ^i размерности n путем добавления в вектор δ^i на позицию i нулевого элемента. Как и в способе 2 из векторов $\varphi^i, i \in 1:n$ составим квадратную матрицу Φ размерности $n \times n$ (вектора φ^i являются столбцами этой матрицы, таким образом, на главной диагонали матрицы Φ будут стоять нулевые элементы). Вычислим вектор

$$\psi''' = \Phi \times \omega',$$

где $\omega' = \langle 1/n, 1/n, \dots, 1/n \rangle$.

Полученный вектор ψ''' (как и в способе 2) ранжирует персонал фирмы, но в отличие от вектора ψ'' не содержит в себе мнение i -го сотрудника относительно себя.

После проведенных парных сравнений способами 1-3 мы получили три вектора ψ' , ψ'' , ψ''' . Теоретически, соответствующие значения всех трех векторов должны совпадать. На практике же вектора могут иметь (можно даже сказать, что в большинстве случаев они будут иметь) “отклонения” друг от друга (именно по этой причине парные сравнения и были проведены тремя способами). Таким образом, анализ руководителем фирмы полученных векторов с учетом остальной полученной информации (такой, как согласованность матриц парных сравнений, собственные вектора этих матриц) может оказаться для него весьма интересным и информативным.

Один из возможных вариантов анализа полученных векторов ψ' , ψ'' , ψ''' заключается в применении к ним метрики, введенной в работе [1]. Переходя на терминологию Дж. Кемени, вектора приоритетов, ранжирующие объекты (например, персонал фирмы), будем называть *упорядочениями* (упорядочениями будут являться полученные ранее вектора ψ' , ψ'' , ψ''' , если элементы векторов (веса) отсортировать в порядке убывания и заменить веса наименованиями объектов, которым этот вес принадлежит).

Предположим, что несколько экспертов упорядочивают по предпочтениям множество объектов (под экспертами в нашем случае можно понимать использование в диалого-

вом режиме программы “MPRIORITY“, а под объектами — персонал фирмы). Таким образом, мы имеем несколько векторов (упорядочений).

Необходимо:

- 1) определить, насколько “близки” (“далеки”) два различных упорядочения экспертов (в нашем случае это позволит выяснить, насколько “близки” мнения руководителя фирмы, экспертов и самого персонала);
- 2) найти такой вектор (назовем его согласующим), который в каком-то смысле “наилучшим образом” согласуется со всеми упорядочениями экспертов.

Для того чтобы выполнить перечисленные выше пункты 1 и 2, следует “превратить” множество всех возможных упорядочений в некоторое геометрическое пространство. В этом пространстве можно как подсчитать расстояние между двумя любыми упорядочениями, так и найти согласующий вектор [1] (любое упорядочение будет являться точкой этого пространства). Дж. Кемени на базе четырех аксиом строит такое геометрическое пространство и определяет в нем расстояние между двумя любыми упорядочениями.

Определим далее матрицу упорядочений n объектов (объекты будем обозначать маленькими латинскими буквами).

Квадратная матрица A размерности $n \times n$, элементы которой a_{ij} , $i, j \in 1:n$ определены следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если объект } i \text{ предпочтительнее объекта } j, \\ -1, & \text{если объект } j \text{ предпочтительнее объекта } i, \\ 0, & \text{если объекты } i \text{ и } j \text{ равноценны,} \end{cases}$$

называется матрицей упорядочений n объектов.

Таким образом, для любого упорядочения эксперта можно построить соответствующую матрицу A . Далее, пусть τ_1 и τ_2 — два упорядочения, а A' и A'' две соответствующие им матрицы предпочтений, тогда расстояние между упорядочениями τ_1 и τ_2 определяется по следующей формуле:

$$d(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{2} \sum_{i, j \in 1:n} |a'_{ij} - a''_{ij}|,$$

где a'_{ij} и a''_{ij} — элементы матриц упорядочений A' и A'' соответственно.

Замечание 1. Минимально возможное положительное расстояние между двумя предпочтениями равно 1.

Замечание 2. Максимально возможное расстояние между упорядочениями из n объектов равно $2n$.

Таким образом, получив вектора ψ' , ψ'' и ψ''' , можно подсчитать расстояние между ними и, с учетом замечаний 1 и 2, понять, насколько близки (далеки) мнения: руководителя фирмы, экспертов и персонала.

Заметим, что расстояние Кемени между суждениями экспертов не является единственным возможным (следует также заметить, что это расстояние учитывает только позицию объекта в векторе приоритетов, и не учитывает вес объекта). Поэтому вполне возможно применение других способов и подходов, позволяющих вычислить близость векторов ψ' , ψ'' и ψ''' .

Для определения согласующего вектора (пункт 2) введем следующие необходимые понятия. Пусть $\tau_1 \dots \tau_m$ — упорядочения (точки геометрического пространства), полученные различными экспертами. Тогда точка

$$\tau_{med} = \min \sum_{i \in 1:m} d(\tau_i, \tau_{med})$$

называется медианой множества точек $\tau_1 \dots \tau_m$, а точка

$$\tau_{mean} = \min \sum_{i \in 1:m} d(\tau_i, \tau_{mean})^2$$

является средним значением множества точек $\tau_1 \dots \tau_m$.

Таким образом, подсчитав для векторов ψ' , ψ'' и ψ''' величины τ_{med} и τ_{mean} , можно определить их согласующий вектор.

Сделаем несколько полезных замечаний относительно медианы и среднего значения [1].

1. Медиана и среднее значение определяют согласованные упорядочения для множества исходных упорядочений различных экспертов.
2. Медиана учитывает мнение большинства экспертов, тогда как среднее значение может посчитать преимущество большинства не вполне убедительным и тем самым провозгласить равноценность.
3. Среднее значение всегда единственно, тогда как медиан может от одной до m , где m — количество экспертов(упорядочений).

Заключение

В работе предложено и описано средство, позволяющее достаточно оперативно и эффективно решать различные задачи ПР, возникающие в различных областях человеческой деятельности.

Как показано в статье, к данным, полученным при помощи программной системы “MPRIORITY“, возможно применение дополнительных методов (например, статистических), позволяющих расширить количество возможных выводов.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов: РФФИ-ГФЕН Китая (04-01-39002ГФЕН2004а) и Правительства Санкт-Петербурга (PD05-1.1-23).

Список литературы

1. Кемени Дж., Дж. Снелл Кибернетическое моделирование. — М.: Советское радио, 1972, 192 с.
2. Миллер Г. Магическое число семь плюс или минус два. О некоторых пределах нашей способности перерабатывать информацию. // Инженерная психология. — М.: Прогресс, 1964, — С. 192-225.
3. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. — М.: Радио и связь, 1993, 316 с.